

Dobrý den všem,

v PL č. 7 jsme se naučili hledat společné dělitele čísel a **podle počtu společných dělitelů** určit, zda se jedná o **čísla soudělná** (mají mimo 1 ještě alespoň jednoho dalšího společného dělitele) nebo **nesoudělná** (tato čísla mají pouze jednoho společného dělitele, a to 1).

Opakujeme:

Př.: Urči všechny dělitele čísel 100 a 48, urči společné dělitele této dvojice čísel a rozhodni, zda jsou čísla 100 a 40 soudělná nebo nesoudělná.

$$100 = (1, 100, 2, 50, 4, 25, 5, 20, 10)$$

$$48 = (1, 48, 2, 24, 3, 16, 4, 12, 6, 8)$$

Společní dělitele čísel 100 a 48 jsou čísla 1, 2 a 4. Jedná se o dvojici soudělných čísel, protože mimo 1 mají ještě dalšího společného dělitele.

Dnes se naučíme u čísel hledat **NEJVĚTŠÍHO SPOLEČNÉHO DĚLITELE**. (Nejmenšího hledat nemusíme, protože to bude 1.)

Jak hledat a najít **NEJVĚTŠÍHO SPOLEČNÉHO DĚLITELE** čísel, kterého budeme označovat **D**. **Ukážeme si možnosti určení u čísel 100 a 48.**

a) Jedna možnost je ta, že si vypíšu všechny dělitele zadaných čísel, potom si označím společné dělitele těchto čísel a potom vyberu největšího z nich.

$$100 = (1, 100, 2, 50, 4, 25, 5, 20, 10)$$

$$48 = (1, 48, 2, 24, 3, 16, 4, 12, 6, 8)$$

Největším společným dělitelem čísel 100 a 48, budeme zapisovat **D(100, 48) = 4**.

Tento postup je vhodný u menších čísel, u kterých se dobře hledají dělitele.

Ted' si ukážeme druhý způsob, který je vhodný použít u všech čísel.

b) Nejprve si rozložíme zadaná čísla na součin prvočísel (už umíme).

Připomínám, že v takovém součinu neboli násobení musí být pouze prvočísla (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17,...)
 $100 = \underline{2} \cdot 50 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$ (treba použiješ jako první násobení $10 \cdot 10$ nebo $4 \cdot 25$ – je to jedno, výsledek bude stejný)

$$48 = \underline{2} \cdot 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad (\text{Můžeš použít jako první násobení třeba } 4 \cdot 12 \text{ nebo } 2 \cdot 24, \text{ atd.})$$

Máme rozklady čísel na součiny prvočísel:

$$100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$$

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

Nyní najdu tu **část rozkladů**, která se nachází v **obou rozkladech čísel**.

$$100 = \color{red}{2} \cdot \color{red}{2} \cdot 5 \cdot 5$$

$$48 = \color{red}{2} \cdot \color{red}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad \text{Je to } 2 \cdot 2, \text{ zbývající prvočísla se vyskytují pouze u jednoho z nich.}$$

Nyní tuto stejnou část propočítám: $2 \cdot 2 = 4$ Výsledek je největší společný dělitel.

$$\mathbf{D(100, 48) = 2 \cdot 2 = 4}$$

Předpokládám, že právě teď začínáš panikařit, že nenajdeš tu společnou část rozkladů, že 😊?

Klid, ukážu několik příkladů:

$$= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ U těchto dvou rozkladů je společná část rozkladů $2 \cdot 3 \cdot 5$, protože je v obou rozkladech.

Nebo

$$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \quad \text{Společná (stejná) část rozkladů je } 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

nebo

$$= 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \quad \text{Společná část rozkladů je } 2 \cdot 3 \cdot 5$$

nebo

$$= 3 \cdot 5$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 7 \quad \text{Tady společná část } \mathbf{\text{není}}$$
, největším společným dělitelem čísel s tímto rozkladem bude **1**.
Budou to čísla NESOUDĚLNÁ.

Když největším společným dělitelem bude jiné číslo než 1, pak jsou čísla SOUDĚLNÁ.

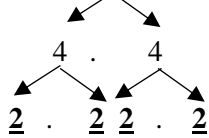
Př. Urči největšího společného dělitele čísel 32 a 40.

a) $32 = (1, 32, 2, 16, 4, 8)$

$40 = (1, 40, 2, 20, 4, 10, 5, 8)$

D (32, 40) = 8 U těchto čísel najít všechny dělitele není problém, ale ukážeme si i druhý postup.

b) $32 = \underline{2} \cdot 16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

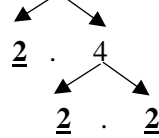


$$32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$\mathbf{D(32, 40) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8}$$

$$40 = \underline{5} \cdot 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$$



Př. Urči největšího společného dělitele čísel 36 a 45.

Bud' $36 = (1, 36, 2, 18, 3, 12, 4, 9, 6)$

$45 = (1, 45, 3, 15, 5, 9)$

$$\mathbf{D(36, 45) = 9}$$

nebo

$$36 = \underline{2} \cdot 6 \cdot \underline{3} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

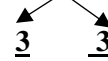


$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\mathbf{D(36, 45) = 3 \cdot 3 = 9}$$

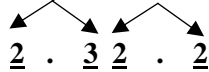
$$45 = \underline{5} \cdot 9 = 3 \cdot 3 \cdot 5$$



Př. Urči největšího společného dělitele čísel 24 a 84.

Čísla už jsou poměrně velká, takže volím rozklad na prvočísla.

$$24 = \underline{2} \cdot 6 \cdot \underline{2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

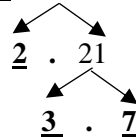


$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\mathbf{D(24, 84) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12}$$

$$84 = \underline{2} \cdot 42 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$



Př. Urči největšího společného dělitele čísel 15 a 17.

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$17 = 1 \cdot 17 \quad (17 \text{ je prvočíslo, jiné násobení není})$$

Společnou část rozkladů nemají, takže společným dělitelem bude pouze 1. **D (15, 17) = 1**

Cvičení č. 1

a) Urči největšího společného dělitele čísel 15 a 30 oběma způsoby.

b) Urči největšího společného dělitele čísel 105 a 150. Rozkladem na prvočísla.

ŘEŠENÍ:

Cvičení č. 1

a) Urči největšího společného dělitele čísel 15 a 30 oběma způsoby.

$$15 = (1, \underline{15}, 3, 5)$$

$$30 = (1, 30, 2, \underline{15}, 3, 10, 5, 6)$$

$$\mathbf{D(15, 30) = 15}$$

$$15 = \underline{3} \cdot \underline{5} = 3 \cdot 5$$

$$30 = \underline{5} \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\begin{array}{c} 6 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \underline{2} \cdot \underline{3} \end{array}$$

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\mathbf{D(15, 30) = 3 \cdot 5 = 15}$$

b) Urči největšího společného dělitele čísel 105 a 150. Rozkladem na prvočísla.

$$105 = \underline{5} \cdot 21 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\begin{array}{c} 21 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \underline{3} \cdot \underline{7} \end{array}$$

$$150 = 15 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\begin{array}{c} 15 \quad 10 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ \underline{3} \cdot \underline{5} \quad \underline{2} \cdot \underline{5} \end{array}$$

$$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\mathbf{D(105, 150) = 3 \cdot 5 = 15}$$